

## ***Вопросы к экзамену по дисциплине***

### ***«Теория вероятностей и математическая статистика»***

1. Случайный эксперимент, элементарные исходы, события. Алгебра случайных событий. Формулы числа перестановок, размещений, сочетаний.
2. Аксиоматика Колмогорова. Определение вероятности. Вероятностное пространство. Классическое определение вероятности события.
3. Геометрическое определение вероятности.
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Полная группа событий (разбиение).
5. Формула полной вероятности и формула Байеса.
6. Схема повторных независимых испытаний. Формула Бернулли. Формула наивероятнейшей частоты. Понятие бернуллиевской случайной величины.
7. Асимптотическая формулы Пуассона. Локальная и интегральная формулы Лапласа. Функция Лапласа. Свойства функции Лапласа.
8. Определение случайной величины. Дискретная случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Функция распределения случайной величины.
9. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Формулы для вычисления и свойства математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины.
10. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения непрерывной случайной величины и её свойства.
11. Функция распределения непрерывной случайной величины и её свойства. Вероятность попадания непрерывной случайной величины на заданный промежуток.
12. Основные законы распределения: биномиальное, пуассоновское, показательное. Равномерное распределение на промежутке.
13. Нормальный закон распределения случайной величины. Плотность нормального распределения, функция распределения, их свойства. Функция Лапласа. Вероятность попадания на заданный промежуток.

Правило “трёх сигм”. Коэффициенты асимметрии и эксцесса для нормального распределения.

14. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера-Снедекора.
15. Система случайных величин. Закон распределения. Маргинальные распределения. Функция распределения двумерной случайной величины. Понятие независимости случайных величин.
16. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Коэффициент ковариации. Корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции и его свойства.
17. Условные законы распределения. Математическое ожидание и дисперсия условного распределения.
18. Предмет и задачи математической статистики. Метод осуществления выборки. Репрезентативная выборка. Математико-статистическое определение выборки. Выборка и её представление. Распределение частот. Эмпирическая функция распределения.
19. Числовые характеристики статистического распределения. Точечные оценки параметров генеральной совокупности. Несмещенность, эффективность и состоятельность точечных оценок. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Исправленная выборочная дисперсия.
20. Метод максимального правдоподобия и метод моментов.
21. Понятия доверительного интервала, доверительной вероятности, точности оценки.
22. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределённой генеральной совокупности при известной и неизвестной дисперсии (для параметров нормального распределения).
23. Доверительный интервал для дисперсии нормальной генеральной совокупности (для параметров нормального распределения).
24. Постановка задачи проверки статистических гипотез. Параметрические и непараметрические гипотезы. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Выборочная статистика. Статистика критерия. Критическая область.
25. Односторонняя и двусторонняя критические области. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Мощность критерия.
26. Проверка статистической гипотезы о значении математического ожидания нормально распределённой генеральной совокупности.

27. Проверка статистической гипотезы о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей.
28. Проверка статистической гипотезы о значимости коэффициента корреляции.

## **ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ РАБОТ**

### **Вариант 1**

1. Собрание, на котором присутствует 25 человек, в том числе 5 женщин, выбирает наудачу делегацию из трех человек. Найти вероятность того, что в делегацию войдут 2 женщины и 1 мужчина.

2. При перевозке ящика, в котором содержались 10 стандартных и 5 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, неизвестно какая. Наудачу после перевозки извлеченная из ящика деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна нестандартная деталь.

3. Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть две партии из четырех или три партии из шести? Ничьи во внимание не принимаются.

4. В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй — 0,8, третьей — 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание.

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины  $\xi$  имеет вид:

$$p(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{при } x \in [0; 1], \\ 0 & \text{при } x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Определить константу  $c$  и вычислить математическое ожидание  $M\xi$ .

6. Текущая цена акции может быть приближена нормальным распределением с математическим ожиданием 15,28 руб. и средним квадратичным отклонением 0,12 руб. Рассчитать вероятность того, что цена акции окажется между 15,10 руб. и 15,40 руб.

7. Совместный закон распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$  задан с помощью таблицы:

$\eta$	2	4
$\xi$		

1	0,1	0,4
2	0,3	0,2

Найти условное распределение и условное математическое ожидание  $\eta$  при  $\xi = 2$ .

8. По данным выборки объема  $n = 16$  из нормального распределения  $\xi$  найдена выборочная средняя  $\bar{x} = 7$  и исправленная выборочная дисперсия  $s^2 = 9$ . Найти верхнюю границу доверительного интервала для оценки неизвестного математического ожидания  $M\xi$  с надежностью  $\gamma = 0,99$ .

### Вариант 2

1. В группе 16 студентов, среди них два друга — Виктор и Даниил. Группу случайным образом разбивают на 4 равные подгруппы. Найти вероятность того, что Виктор и Даниил окажутся в одной подгруппе.

2. Три организации представили в контрольное управление счета для выборочной проверки. Первая организация представила 15 счетов, вторая — 10, третья — 25. Вероятности правильного оформления счетов у этих организаций известны и соответственно равны: 0,9; 0,8; 0,85. Был выбран один счет, и он оказался правильным. Определить вероятность того, что этот счет принадлежит второй организации.

3. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна 0,25. Найти вероятность того, что при покупке 8 билетов выигрышными окажутся 6.

4. В городе 4 коммерческих банка. У каждого риск банкротства в течение года составляет 20%. Составить закон распределения числа банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года и найти числовые характеристики этого распределения.

5. Поезда метрополитена идут регулярно с интервалом 3 мин. Пассажир выходит на платформу в случайный момент времени. Какова вероятность того, что ждать пассажиру придется не больше полминуты? Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $\xi$  — времени ожидания поезда.

6. Совместный закон распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$  задан с помощью таблицы

$\xi \backslash \eta$	-1	1
1	0,2	0,1
2	0,2	0,5

Найти условное распределение и условное математическое ожидание  $\eta$  при  $\xi = 2$ .

7. По данным выборки объема  $n = 16$  из нормального распределения  $\xi$  найдена исправленная выборочная дисперсия  $s^2 = 4$ . Найти длину доверительного интервала для оценки неизвестного математического ожидания  $M\xi$  с надежностью  $\gamma = 0,9$ .