

Задачи на формулы полной вероятности и Байеса

(для студентов первого курса факультетов ПЭК(1-4) и МБДА(1-5))

Задача 1. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая – 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая – 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: 0,019.

Задача 2. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежат 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.

Ответ: 0,52.

Задача 3. В некоторой местности наблюдения показали:

- если июньское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,1;
- если июньское утро пасмурное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,4;
- вероятность того, что утро в июне будет пасмурным, равна 0,3.

Найдите вероятность того, что в случайно взятый июньский день дождя не будет.

Ответ: 0,81.

Задача 4. Студент Сидоров выучил все 30 экзаменационных билетов, но из них на оценку “отлично” – лишь 6 билетов. Определить, зависит или нет вероятность извлечения “счастливого” билета (событие А) от того, первым или вторым выбирает студент Сидоров свой билет.

Ответ: нет (0,2).

Задача 5. В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1:4:5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98, 88 и 92% случаев. Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока. Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

Ответ: 0,91; от второго поставщика.

Задача 6. В первой урне - 2 белых и 6 красных шаров, во второй- 4 белых и 2 красных. Из первой урны наудачу переложили 2 шара во вторую, после чего из второй урны наудачу достали один шар. Какова вероятность того, что этот шар – белый?

Предположим, что шар, взятый из второй урны, оказался белым. Какова вероятность того, что из первой урны во вторую были переложены 2 белых шара?

Ответ: 9/16; 1/21.

Задача 7. В первой урне находятся 1 белый и 9 черных шаров, а во второй – 1 черный и 5 белых шаров. Из каждой урны по схеме случайного выбора без возвращения удалили по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью урну. Найти вероятность того, что шар, вынутый из третьей урны, окажется белым.

Ответ: 47/105.

Задача 8. На сборку поступают детали с четырех автоматов. Второй дает 40%, а третий – 30% продукции, поступающей на сборку. Первый автомат выпускает 0,125% брака, а второй, третий и четвертый - по 0,25%. Сколько процентов продукции идет на сборку с четвертого автомата, если вероятность поступления на сборку бракованных деталей равна 0,00225?

Ответ: 10%.

Задача 9. Из 30 экзаменационных билетов студент подготовил только 25. Если он отказывается отвечать по первому взятому билету (которого он не знает), то ему разрешается взять второй. Определить вероятность того, что второй билет окажется счастливым.

Ответ: 25/29.

Задача 10. 30% пациентов, поступивших в больницу, принадлежат первой социальной группе, 20% - второй и 50% - третьей. Вероятность заболевания туберкулезом для представителя каждой социальной группы соответственно равна 0,02; 0,03 и 0,01. Проведенные анализы для случайно выбранного пациента показали наличие туберкулеза. Найти вероятность того, что это представитель третьей группы.

Ответ: 5/17.

Задача 11. Три экзаменатора принимают экзамен по некоторому предмету у группы в 30 человек, причем первый опрашивает 6 студентов, второй — 3 студентов, а третий — 21 студента (выбор студентов производится случайным образом из списка). Отношение трех экзаменаторов к слабо подготовившимся различное: шансы таких студентов сдать экзамен у первого преподавателя равны 40%, у второго — только 10%, у третьего — 70%. Найти вероятность того, что слабо подготовившийся студент сдаст экзамен.

Пусть известно, что студент не сдал экзамен, т.е. получил оценку «неудовлетворительно». Кому из трех преподавателей вероятнее всего он отвечал?

Ответ: 0, 58; 0, 5 (студент сдавал экзамен третьему экзаменатору).

Задача 12. Три организации представили в контрольное управление счета для выборочной проверки. Первая организация представила 15 счетов, вторая — 10, третья — 25. Вероятности правильного оформления счетов у этих организаций известны и соответственно равны: 0,9; 0,8; 0,85. Был выбран один счет, и он оказался правильным. Определить вероятность того, что этот счет принадлежит второй организации.

Ответ: 0,187.

Задача 13. Предположим, что 5 мужчин из 100 и 25 женщин из 10000 являются дальтониками. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность, что это мужчина?

Ответ: 20/21.

Задача 14. Экономист-аналитик условно подразделяет экономическую ситуацию в стране на «хорошую», «посредственную» и «плохую» и оценивает их вероятности для данного момента времени в 0,15; 0,70 и 0,15 соответственно. Некоторый индекс экономического состояния возрастает с вероятностью 0,60, когда ситуация «хорошая»; с вероятностью 0,30, когда ситуация посредственная, и с вероятностью 0,10, когда ситуация «плохая». Пусть в настоящий момент индекс экономического состояния возрос. Чему равна вероятность того, что экономика страны на подъеме?

Ответ: 0,286.

Задача 15. В группе из 25 человек, пришедших сдавать экзамен по теории вероятностей, 10 отличников, 7 подготовленных хорошо, 5 — удовлетворительно и 3 человека плохо подготовлены. Отличники знают все 25 вопросов программы, хорошо подготовленные — 20, подготовленные удовлетворительно — 15, и плохо подготовленные знают лишь 10 вопросов. Вызванный наудачу студент ответил на два заданных вопроса. Найти апостериорные вероятности гипотез: $H_1 = \{\text{студент подготовлен отлично или хорошо}\}$, $H_2 = \{\text{студент подготовлен удовлетворительно}\}$, $H_3 = \{\text{студент подготовлен плохо}\}$.

Ответ: 0,8677; 0,1052; 0,0271.

Задача 16. Количество акций, представленных 4 различными предприятиями на наличный рынок, относятся как 5: 4: 1: 10. Вероятности того, что акции будут котироваться по 25 тыс. за штуку для этих предприятий соответственно равны 0,5; 0,6; 0,7; 0,8. Известно, что цена

случайно выбранной акции составила 25 тыс. руб. Найти вероятность того, что эта акция представлена вторым предприятием.

Ответ: 0,176.

Задача 17. В продажу поступают телевизоры трех заводов. Продукция первого завода содержит 20% телевизоров со скрытым дефектом, второго — 10% и третьего — 5%. Какова вероятность приобрести исправный телевизор, если в магазин поступило 30% телевизоров с первого завода, 20% — со второго и 50% — с третьего?

Ответ: 0,895.

Задача 18. В банк поступило 6 заявлений от физических лиц на получение кредита. Вероятность получить первый кредит для каждого равна 0,75. Найти вероятности следующих событий: 1) будет выдано ровно 3 кредита; 2) будет выдано не менее двух кредитов.

Ответ: 0,32.

Задача 19. Экзаменационный билет состоит из пяти вопросов в виде теста с тремя возможными ответами на каждый из пяти вопросов, из которых нужно выбрать один правильный. Какова вероятность сдать экзамен методом простого угадывания, если достаточно ответить хотя бы на 4 вопроса?

Ответ: 11/243.

Задача 20. На автомобиле «Mercedes-600», принадлежащем президенту банка и представляющем огромный интерес для угонщиков, установлены электронная сигнализация и механическая блокировка рычага переключения передач. Вероятность того, что угонщик справится с сигнализацией, составляет 0,2, а вероятность того, что он сломает блокиратор, равна 0,1. Сегодня президент, рискнув, отправился в гости без водителя и охраны. Найти вероятности следующих событий: а) автомобиль будет угнан; б) угонщик справится только с одной системой защиты.

Ответ: 0,02; 0,26.

Задача 21. Статистика запросов кредитов в банке такова: 10% — государственные органы, 20% — другие банки, остальные — физические лица. Вероятности того, что взятый кредит не будет возвращён, составляют 0,01; 0,05 и 0,2 соответственно. Определить, какая доля кредитов в среднем не возвращается.

Ответ: 0,151.

Задача 22. Вероятность того, что недельный оборот торговца мороженым превысит 2 000 руб. при солнечной погоде равна 80%, при переменной облачности — 50%, а при дождливой погоде — 10%. Найти вероятность того, что на следующей неделе оборот превысит 2 000 руб., если вероятность солнечной погоды в данное время года составляет 20%, вероятность переменной облачности и вероятность дождливой погоды — по 40%.

Ответ: 0,4.

Задача 23. Магазин получает товар от трёх поставщиков: 55% товара поступает от первого поставщика, 20% от второго и 25% от третьего. Продукция, поступающая от первого поставщика, содержит 5% брака, поступающая от второго поставщика — 6% брака, а поступающая от третьего поставщика — 8% брака. Покупатель оставил в книге пожеланий жалобу о низком качестве приобретённого товара. Найти вероятность того, что плохой товар, вызвавший нарекания покупателя, поступил от второго поставщика.

Ответ: 0,2.

Задача 24. При расследовании преступления, совершённого на автозаправочной станции (АЗС), было установлено, что поток автомобилей, проезжающих мимо АЗС, состоит на 60% из грузовых и на 40% из легковых автомобилей. По показаниям свидетелей, во время совершения преступления на АЗС находился автомобиль. Известно, что вероятность заправки грузового автомобиля равна 0,1, легкового автомобиля — 0,3.

Найти вероятность того, что во время совершения преступления на АЗС находился: а) грузовой автомобиль; б) легковой автомобиль.

Ответ: 1/3; 2/3.

Составили: Зарбалиев С.М. и Нетребко Н.В.