

Задачи на тему “Основные законы распределения”

(для студентов первого курса факультетов ПЭК(1-4) и МБДА(1-5))

Задача 1. Два ювелирных завода производят свадебные кольца в объеме 3:7. Первый завод производит 95% колец без дефекта, второй – 90%. Молодая пара перед свадьбой покупает пару колец. Построить закон распределения ξ - число колец без дефекта, вычислить математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение.

Ответ: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,007 & 0,155 & 0,837 \end{pmatrix}$; $M\xi=1,829$; $D\xi=3,503$; $\sigma(\xi)\approx 1,872$.

Задача 2. 30% изделий, выпускаемых данным предприятием, нуждается в дополнительной регулировке. Наудачу отобрано 200 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины ξ – числа изделий в выборке, нуждающихся в регулировке.

Ответ: 60; 42.

Задача 3. Контрольная работа по теории вероятности состоит из 4 задач. Вероятность решить правильно каждую задачу для данного студента равна 0,7. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ – число правильно решенных задач.

Ответ: 2,8; 0,84.

Задача 4. На факультете ПЭК МГИМО обучается 1460 студентов. Найти вероятность того, что 29 марта является днём рождения одновременно трёх студентов факультета.

Ответ: 0, 195.

Задача 5. Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 300 вызовов. Какова вероятность того, что за данную минуту она получит точно два вызова?

Ответ: 0,09.

Задача 6. Микропроцессор имеет **10000** транзисторов, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что транзистор выйдет из строя во время работы прибора, является величиной маловероятной и составляет **0,0007**. Определить математическое ожидание $M\xi$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$ случайной величины ξ — числа транзисторов, которые выйдут из строя во время работы процессора.

Ответ: 7; 2,64.

Задача 7. В рыбацком городке **99,99%** мужчин хотя бы раз в жизни были на рыбалке. Проводят социологические исследования среди **10000** наугад выбранных мужчин. Определить дисперсию $D\xi$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$ случайной величины ξ — числа мужчин, которые ни разу не были на рыбалке.

Ответ: 1; 1.

Задача 8. Троллейбусы идут строго по расписанию и с интервалом в 10 мин. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать троллейбус менее двух минут.

Ответ: 0, 2.

Задача 9. Время ожидания ответа на телефонный звонок — случайная величина, подчиняющаяся равномерному закону распределения в интервале от 0 до 2 минут. Найти интегральную и дифференциальную функции распределения этой случайной величины.

Ответ: 0, 2.

Задача 10. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут.

Ответ: 0, 6.

Задача 11. Поезда в метро прибывают на станцию “Университет” каждые 10 минут. Определить вероятность того, что время ожидания состава не будет больше четырех минут.

Ответ: 0,4.

Задача 12. Поезда метрополитена идут регулярно с интервалом 2 мин. Пассажир выходит на платформу в случайный момент времени. Какова вероятность того, что ждать пассажиру придется не больше полминуты? Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ – времени ожидания поезда.

Ответ. 0,25; 1, 0,58.

Задача 13. Случайная величина ξ распределена равномерно на отрезке $[4, 7]$. Найти: $F(x)$, $M\xi$, $D\xi$, $\sigma(\xi)$, $P\{\xi \in [5, 7]\}$.

Ответ: 5,5; 0,75; 0,87; 0,67.

Задача 14. Рост мужчины – случайная величина, распределенная по нормальному закону. Средний рост – 175 см, среднеквадратичное отклонение – 6 см. Какова вероятность того, что рост хотя бы одного из наудачу выбранных мужчин будет от 170 до 180см?

Ответ: 0,6; 0,9898.

Задача 15. Случайная величина ξ распределена по нормальному закону, $M\xi = 40$, $D\xi = 200$. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(30, 80)$.

Ответ: 0,7566.

Задача 16. Найти $P(-3 < \xi < 5)$, $P(\xi \leq 4)$, $P(|\xi - 3| < 6)$, если $\xi \sim N(3; 2)$.

Ответ: 0,8399; 0,6915; 0,9973.

Задача 17. Результаты измерения расстояния между двумя населенными пунктами подчинены нормальному закону с параметрами

$a = 16$ км, $\sigma = 100$ м. Найти вероятность того, что расстояние между этими пунктами: а) не меньше 15,8 км; б) не более 16,25 км; в) от 15,75 до 16,3 км.

Ответ: а) 0,9972 ; б) 0,9938 ; в) 0,99245.

Задача 18. Размер диаметра детали, выпускаемой цехом, распределяется по нормальному закону с параметрами $a = 5$ см, $\sigma^2 = 0,81$. Найти вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали отличается от математического ожидания не более чем на 2 см.

Ответ: 0,9736.

Задача 19. Диаметр детали, изготовленной цехом, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Дисперсия её равна 0,0001, а математическое ожидание – 2,5 см. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9976 заключен диаметр наугад взятой детали.

Ответ:

Задача 20. Из партии, содержащей 500 изделий, наугад отбирают 40 изделий для контроля качества. Известно, что средний процент брака в партии составляет 5%. Найти математическое ожидание и дисперсию числа бракованных изделий в выборке.

Ответ: $M(\xi)=2$; $D(\xi)=1,75$.

Задача 21. Время между отказами автомобиля распределено по показательному закону с параметром $\lambda = 0,008$ (1/ч). Записать выражение для плотности и функции распределения, определить математическое ожидание и дисперсию времени безотказной работы автомобиля.

Ответ: $M(\xi)=D(\xi)=125$ ч.

Задача 22. Автобусы идут с интервалом 5 минут. Считая, что случайная величина ξ — время ожидания автобуса на остановке — распределена равномерно на указанном интервале, найти функцию и плотность распределения случайной величины ξ и вычислить вероятность того, что время ожидания превысит 3 мин. Найти $M(\xi)$ и $D(\xi)$.

Ответ: $P\{\xi > 3\} = 0,4$; $M(\xi) = 2,5$; $D(\xi) = 25/12$.

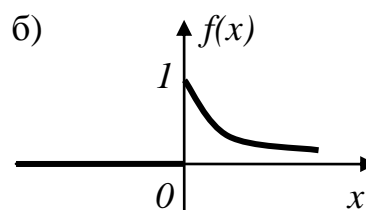
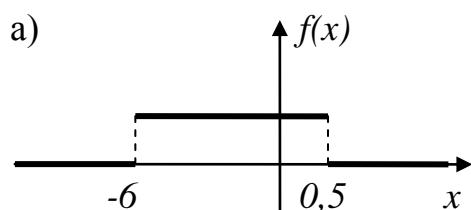
Задача 23. Монета подбрасывается 4 раза. Найти закон распределения случайной величины ξ , равной числу выпавших гербов. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Вычислить $M(\xi)$, $D(\xi)$ и $\sigma(\xi)$.

Ответы:

ξ	0	1	2	3	4
P	0,0625	0,250	0,125	0,250	0,0625

$M(\xi) = 2$; $D(\xi) = 1$; $\sigma(\xi) = 1$.

Задача 24. Плотность распределения случайной величины ξ задана графически. Определить законы распределения случайных величин, их математические ожидания и средние квадратические отклонения и записать выражения функций плотностей распределения вероятностей.



Ответы: а) $M(\xi) = -2,75$; $\sigma(\xi) = \frac{13\sqrt{3}}{12}$; б) $M(\xi) = 1$; $\sigma(\xi) = 1$.

Задача 25. На экзамене по теории вероятностей студент получил 4 задачи. Вероятность решить каждую задачу правильно равна 0,8. Составить закон распределения и построить интегральную функцию распределения случайной величины ξ – числа правильно решенных задач. Вычислить $M(\xi)$ и $D(\xi)$.

Ответ:

ξ	0	1	2	3	4
P	0,0016	0,0256	0,1536	0,4096	0,4096

$M(\xi) = 3,2$; $D(\xi) = 0,64$.

Задача 26. Поезда метрополитена идут регулярно с интервалом 2 минуты. Пассажир выходит на платформу в случайный момент времени. Какова вероятность того, что пассажиру ждать придется не более полминуты? Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ — времени ожидания поезда.

Ответ: $P\{\xi \leq 0,5\} = 0,25$; $M(\xi) = 1$ мин; $\sigma(\xi) \approx 0,5$ мин.

Задача 27. Размеры диаметра деталей, изготавливаемых цехом, подчиняются нормальному закону с параметрами $a = 12$ см и $\sigma = 3$ мм. Требуется: а) найти вероятность отклонения размеров диаметра от своего среднего значения не более, чем на 5 мм в ту и другую сторону; б) какую точность диаметра можно гарантировать с вероятностью 0,99?

Ответ: а) 0,9051; б) 7,65 мм.

Задача 28. Определить закон распределения, найти $M(\xi)$, $D(\xi)$ и функцию распределения для случайной величины ξ , если её плотность вероятностей имеет вид:

$$\text{а) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{18\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{18}}; \text{ б) } f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{50}}.$$

Ответ: а) нормальный закон; -2 и 9; б) нормальный закон; 1 и 25.

Задача 29. Случайная величина ξ подчинена нормальному закону распределения с математическим ожиданием $a = 0$. Вероятность попадания случайной величины в интервал $(-0,3; 0,3)$ равна **0,5**. Найти σ .

Ответ: 0,44.

Составили: Зарбалиев С.М. и Нетребко Н.В.