

Задачи на тему “Непрерывные случайные величины”

(для студентов первого курса факультетов ПЭК(1-4) и МБДА(1-5))

Задача 1. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины ξ :

$$p(x) = \begin{cases} c(6-x) & \text{при } x \in [2; 4]; \\ 0 & \text{при } x \notin [2; 4]. \end{cases}$$

Требуется: а) найти коэффициент c ;

б) найти функцию распределения $F(x)$;

в) построить графики функций $p(x)$ и $F(x)$;

г) вычислить вероятности попадания случайной величины ξ на промежутки: $[-5; 2)$, $[-5; 3]$, $[2; 4)$, $(3; 4]$ и $(3; 7)$;

д) вычислить математическое ожидание $M\xi$;

е) вычислить дисперсию $D\xi$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$.

Ответ: а) $\frac{1}{6}$; б) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ \frac{1}{12}(-x^2 + 12x - 20) & \text{при } 2 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4, \end{cases}$

в) г) д) $\frac{26}{9}$; е) $\frac{26}{81}$; $0,567$.

Задача 2. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины ξ :

$$p(x) = \begin{cases} c(x-1) & \text{при } x \in [2; 4]; \\ 0 & \text{при } x \notin [2; 4]. \end{cases}$$

Требуется: а) найти коэффициент c ;

б) найти функцию распределения $F(x)$;

в) построить графики функций $p(x)$ и $F(x)$;

г) вычислить вероятности попадания случайной величины ξ на промежутки: $[-5; 2)$, $[-5; 3]$, $[2; 4)$, $(3; 4]$ и $(3; 7)$;

д) вычислить математическое ожидание $M(2\xi - 3)$;

- е) вычислить дисперсию $D\xi$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$.

Ответ:

Задача 3. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины ξ :

$$p(x) = \begin{cases} c(x+3) & \text{при } x \in [-2; 1]; \\ 0 & \text{при } x \notin [-2; 1]. \end{cases}$$

Требуется: а) найти коэффициент c ;

- б) найти функцию распределения $F(x)$;
- в) построить графики функций $p(x)$ и $F(x)$;
- г) вычислить вероятности попадания случайной величины ξ на промежутки: $[-5; -1)$, $[-5; 0]$, $[0; 1)$, $(-3; 4]$ и $(-1; 1)$;
- д) вычислить математическое ожидание $M\xi$;
- е) вычислить дисперсию $D(3\xi + 2)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$.

Ответ:

Задача 4. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины ξ :

$$p(x) = \begin{cases} c(x+5) & \text{при } x \in [-3; -1]; \\ 0 & \text{при } x \notin [-3; -1]. \end{cases}$$

Требуется: а) найти коэффициент c ;

- б) найти функцию распределения $F(x)$;
- в) построить графики функций $p(x)$ и $F(x)$;
- г) вычислить вероятности попадания случайной величины ξ на промежутки: $[-7; -2)$, $[-2; -1]$, $[-3; -2)$, $(-3; 4]$ и $(-2; 0)$;
- д) вычислить математическое ожидание $M(3\xi - 1)$;
- е) вычислить дисперсию $D(3\xi + 2)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(2\xi - 3)$.

Ответ:

Задача 5. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины ξ :

$$p(x) = \begin{cases} c(x-2)(4-x) & \text{при } x \in [2; 4]; \\ 0 & \text{при } x \notin [2; 4]. \end{cases}$$

Требуется: а) найти коэффициент c ;

б) найти функцию распределения $F(x)$;

в) построить графики функций $p(x)$ и $F(x)$;

г) вычислить вероятности попадания случайной величины ξ на промежутки: $[-5; 2)$, $[-5; 3]$, $[2,5; 3,5)$, $(3; 4]$ и $(3; 7)$;

д) вычислить математическое ожидание $M\xi$;

е) вычислить дисперсию $D\xi$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(2\xi + 1)$.

Ответ:

Задача 6. По заданной функции плотности вероятности случайной

величины $p(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty; \pi], \\ -\cos x, & x \in (\pi; 3\pi/2], \\ 0, & x \in (3\pi/2, +\infty) \end{cases}$ найти вероятность её попадания в

интервал $[\pi; 5\pi/4]$, а также $M\xi$ и $D\xi$:

Ответ: 0,707; $\sqrt{2}/2$; $\pi - 3$.

Задача 7. По заданной плотности вероятности $p(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ c(x-1), & 1 < x \leq 3; \\ 0, & x > 3 \end{cases}$

найти функцию распределения $F(x)$, $M(\xi)$, $D(\xi)$, $\sigma(\xi)$, а также вероятность $P(0 < \xi < 3)$.

Ответ: $F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty; 1], \\ \frac{(x-1)^2}{4}, & x \in (1; 3], \\ 1, & x \in (3; +\infty). \end{cases}$ $M\xi = 7/3$, $D\xi = 2/9$, $\sigma(\xi) = \sqrt{2}/3$,

$$P(0 < \xi < 3) = 1.$$

Задача 8. По заданной функции распределения $F(x)$ найти плотность распределения вероятности, а также вероятность $P(-1 \leq \xi < 1)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 1 - ae^{-2x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 2e^{-2x}, & x \geq 0. \end{cases}$; $P(-1 \leq \xi < 1) = 0,865$.

Задача 9. По заданной плотности вероятности $p(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ C \sin x, & 1 < x \leq \pi \\ 0, & x > \pi \end{cases}$

найти функцию распределения $F(x)$, а также вероятность $P(-\pi/4 < \xi < \pi/4)$.

Ответ: $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{1 - \cos x}{2}, & 0 < x \leq \pi; \\ 1, & x > \pi \end{cases}$; $P(-\pi/4 < X < \pi/4) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Задача 10. По заданной функции распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty; 1], \\ x - 1, & x \in (1; 2], \\ 1, & x \in (2; +\infty) \end{cases}$

найти функцию плотности вероятности и построить ее график.

Ответ:

Составили: Зарбалиев С.М. и Нетребко Н.В.