

## **Задачи на тему “Дискретные случайные величины”**

**(для студентов первого курса факультетов ПЭК(1-4) и МБДА(1-5))**

**Задача 1.** Вероятность того, что студент найдет в библиотеке нужную ему книгу, равна 0,4. Построить закон распределения случайной величины  $\xi$  – числа библиотек, которые он может посетить, если ему доступны четыре библиотеки.

**Ответ:**

**Задача 2.** В урне 8 шаров, из которых 5 черных, а остальные - красные. Из этой урны извлекаются 4 шара. Найти закон распределения дискретной случайной величины  $\xi$  — число черных шаров в выборке.

**Ответ:**

**Задача 3.** Три стрелка, ведущие огонь по цели, сделали по одному выстрелу. Вероятности их попадания в цель соответственно равны 0,7, 0,6, 0,8. Построить закон распределения случайной величины  $\xi$  – число попаданий в цель. Найти:  $F(x)$ ,  $M \xi$ ,  $D\xi$ ,  $\sigma(\xi)$ .

**Ответ:**

**Задача 4.** Поступающий в институт должен сдать 3 экзамена. Вероятность сдачи первого экзамена 0,9, второго — 0,8, третьего — 0,7. Следующий экзамен поступающий сдает только в случае успешной сдачи предыдущего. Составить закон распределения числа приходов на экзамен для лица, поступающего в институт. Найти математическое ожидание случайной величины.

**Ответ:**

**Задача 5.** Из 10 телевизоров на выставке оказались 4 телевизора фирмы «Sony». Наудачу для осмотра выбраны 3 телевизора. Составить закон распределения числа телевизоров фирмы «Sony» среди 3 отобранных.

**Ответ:**

**Задача 6.** В городе 4 коммерческих банка. У каждого риск банкротства в течение года составляет 20%. Составить закон распределения числа банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года и найти числовые характеристики этого распределения.

**Ответ:**

**Задача 7.** В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй — 0,8, третьей — 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание и дисперсию.

**Ответ:**

**Задача 8.** Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

**Ответ:**

**Задача 9.** В группе из 16 человек 12 поддерживают некоторую правительственную программу. Из этой группы наудачу отбирают троих человек. Составить ряд распределения числа людей в выборке, поддерживающих программу, найти среднее число таких людей и дисперсию числа таких людей.

**Ответ:**

**Задача 10.** Абитуриент при поступлении в институт сдаёт четыре экзамена, вероятность успешно сдать каждый экзамен равна 0,8. Случайная величина  $\xi$  описывает число сданных абитуриентом экзаменов (в

предположении, что различные экзамены представляют собой независимые испытания). Составить ряд распределения случайной величины  $\xi$ .

**Ответ:**

**Задача 11.** В магазине имеется 15 автомобилей определенной марки. Среди них 7 черного цвета, 6 серого и 2 белого. Представители фирмы обратились в магазин с предложением о продаже им 3 автомобилей этой марки, безразлично какого цвета. Составьте ряд распределения числа проданных автомобилей черного цвета при условии, что автомобили отбирались случайно.

**Ответ:**

**Задача 12.** Выпущено 1000 лотерейных билетов: на 5 из них выпадает выигрыш в сумме 500 рублей, на 10 – выигрыш в 100 рублей, на 20 – выигрыш в 50 рублей, на 50 – выигрыш в 10 рублей. Определить закон распределения вероятностей случайной величины  $\xi$  – выигрыша на один билет.

**Ответ:**

**Задача 13.** Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте, построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения  $F(x)$  и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.

**Ответ:**

**Задача 14.** Построить закон распределения для случайной величины  $\xi$  — число попаданий в ворота при двух одиннадцатиметровых ударах, если вероятность попадания при одном ударе равна 0,7. Найти среднее квадратическое отклонение  $\sigma(\xi)$ .

**Ответ:**

**Задача 15.** С целью привлечения покупателей компания «Coca-Cola» проводит рекламную акцию, в которой каждая десятая бутылка напитка, выпущенного фирмой, является призовой. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $\xi$  – числа призовых бутылок из четырех приобретенных, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

**Ответ:**

**Задача 16.** Среди 10 купленных театральные билеты 4 билета в партер. Наудачу взяли 5 билетов. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $\xi$  – числа билетов в партер среди выбранных пяти, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, средне- квадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

**Ответ:**

**Задача 17.** Два стрелка независимо друг от друга делают по два выстрела в мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $\xi$  – суммарного числа попаданий в 37 мишень, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , а также числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

**Ответ:**

**Задача 18.** На полке из 6 книг 3 книги по математике и 3 по физике. Выбирают наудачу три книги. Найти закон распределения числа книг по

математике среди выбранных книг. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

**Ответ:**

**Задача 19.** Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого равна 0,6, второго 0,8. Составить закон распределения числа попаданий  $\xi$ . Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, третий центральный момент и функцию распределения. Построить график  $F(x)$ .

**Ответ:**

**Задача 20.** В партии, содержащей 20 изделий, имеется четыре изделия с дефектами. Наудачу отобрали три изделия для проверки их качества. Построить ряд распределения числа дефектных изделий, содержащихся в указанной выборке.

**Ответ:**

**Задача 21.** В ящике 2 нестандартные и 4 стандартные детали. Из него последовательно вынимают детали до первого появления стандартной детали. Построить ряд и многоугольник распределения дискретной случайной величины  $\xi$  - числа извлеченных деталей.

**Ответ:**

**Задача 22.** Случайная величина  $\xi$  равна числу попаданий в цель при двух выстрелах. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7. Записать ряд распределения случайной величины  $\xi$ .

**Ответ:**

**Задача 23.** Два баскетболиста по очереди забрасывают мяч в корзину с вероятностью попадания для первого 0,9, для второго – 0,7. Составить таблицу распределения случайной величины  $\xi$  – числа попаданий в корзину, если каждый баскетболист делает по одному броску.

**Ответ:**

**Задача 24.** Человек, имея 6 ключей, хочет открыть дверь. При этом он подбирает ключи случайно, зная, что только один ключ подходит к замку. Найти закон распределения, математическое ожидание и дисперсию числа испытаний при условии, что испробованный ключ устраняется. Построить многоугольник распределения. Определить вероятность того, что испытаний будет не больше двух.

**Ответ:**

**Задача 25.** В семье двое детей. Считая вероятности рождения мальчика и девочки равными 0,5, найти закон распределения случайной величины  $\xi$  – числа мальчиков в семье.

**Ответ:**

**Задача 26.** Баскетболист забрасывает мяч в корзину до первого попадания. Построить ряд распределения случайного числа броской, если вероятность попадания равна 0,6, а число бросков не превосходит 6. Построить многоугольник распределения, найти математическое ожидание и дисперсию.

**Ответ:**

**Задача 27.** В ходе проверки предприятия независимый эксперт случайным образом отбирает 4 отчета. При условии, что 87% отчетов не содержат ошибок, составить закон распределения числа неправильных отчетов, обнаруженных экспертом. Вычислить математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение. Найти функцию распределения и построить её график. Построить многоугольник распределения. Вычислить вероятности:

**Ответ:**

**Задача 28.** Вероятность совершить покупку равна 0,3 для 1-го покупателя; 0,5 – для 2-го; 0,6 – для 3-го. Определить закон распределения величины  $\xi$  – числа покупателей, совершивших покупку. Найти числовые характеристики этой случайной величины.

**Ответ:**

**Задача 29.** Среди 8 часов, поступивших в ремонт, 2 – с поломками оси. Наудачу взяты 3 часов. Составить закон распределения числа часов с поломками оси среди взятых 3.

**Ответ:**

**Задача 30.** Вероятность успешно сдать экзамен по теории вероятности равна 0,8, а при каждой пересдаче увеличивается на 10%. Составить закон распределения числа попыток сдать экзамен, если студент может пересдавать экзамен не более 2 раз.

**Ответ:**

**Задача 31.** Дискретная случайная величина  $\xi$  имеет закон распределения

$\xi$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$p$	0,1	0,2	0,4	$p_4$	0,1

Найти вероятность  $p_4 = P\{\xi = 0,8\}$ . Построить многоугольник распределения. Найти и построить график функции распределения.

**Ответ:**

**Задача 32.** В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывался один выигрыш в 50 у.е. и десять выигрышей по 10 у.е. Найти закон распределения величины  $\xi$  – стоимости возможного выигрыша.

**Ответ:**

**Задача 33.** Пусть случайная величина имеет следующий закон распределения:

$\xi$	-1	0	2
P	1/4	1/4	1/2

Вычислить математическое ожидание  $M\xi$ , дисперсию  $D\xi$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma$ .

**Ответ:**

**Задача 34.** В городе 4 коммерческих банка. У каждого риск банкротства в течение года составляет 10 %. Составить закон распределения числа банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года и найти числовые характеристики этого распределения.

$\xi$	0	1	2	3	4
P	0,6561	0,2916	0,0486	0,0036	0,0001

$$M(X) = 0,4, D(X) = 0,36, \sigma(X) = 0,6$$

**Задача 35.** В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,8, второй — 0,5, третьей — 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание и дисперсию.

$\xi$	0	1	2	3
P	0,006	0,092	0,398	0,504

**Задача 36.** Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа

возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

**Задача 37.** На двух автоматических станках производятся одинаковые изделия. Даны законы распределения числа бракованных изделий, производимых в течение смены на каждом из них:

$\xi$	0	1	2
$p$	0,1	0,6	0,3

$\eta$	0	2
$p$	0,5	0,5

Требуется: а) составить закон распределения числа производимых в течение смены бракованных изделий обоими станками; б) найти функцию полученного в п. б) распределения.

**Задача 38.** Пусть  $\xi, \eta, \mu$  — случайные величины:  $\xi$  — выручка фирмы,  $\eta$  — ее затраты,  $\mu = \xi - \eta$  — прибыль. Найти закон распределения прибыли  $\mu$ , если затраты и выручка независимы и заданы распределениями:

$\xi$	3	4	5
$p$	1/3	1/3	1/3

$\eta$	1	2
$p$	1/2	1/2

Найти функцию распределения величины  $\mu$  и построить ее график.

**Задача 39.** Дискретная случайная величина  $\xi$  имеет закон распределения

$\xi$	-2	-1	0	2	3
$P$	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2

Требуется: а) найти закон распределения случайной величины  $\eta = 2\xi^2 - 5$ ; б) найти функцию распределения величины  $\eta$  и построить ее график; в) найти вероятность события  $\{\xi > 2\}$ .

**Задача 40.** Даны законы распределения двух независимых величин  $\xi$  и  $\eta$ :

$\xi$	0	1	3
$p$	0,2	0,5	?

$\eta$	2	3
$p$	0,4	?

Найти вероятности, с которыми случайные величины принимают значение 3, а затем составить закон распределения случайной величины  $3 - 2\eta$  и проверить выполнение свойств математического ожидания и дисперсий:

**Ответ:**  $M(3\xi - 2\eta) = 3M(\xi) - 2M(\eta)$ ,  $D(3\xi - 2\eta) = 9D(\xi) + 4D(\eta)$ .

**Задача 41.** Дан ряд распределения случайной величины  $\xi$

$\xi$	2	4
$P$	$p_1$	$p_2$

Найти функцию распределения этой случайной величины, если её математическое ожидание равно 3,4, а дисперсия равна 0,84.

**Задача 42.** Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $\eta = -0,4\xi + 0,5$  для заданного ряда распределения случайной величины  $\xi$ :

$\xi$	2	3	4	5
$P$	0,2	0,2	0,4	0,2

**Ответ:**  $M(\eta) = -0,94$ ;  $D(\eta) = 4,2496$ ;  $\sigma(\eta) = 2,06$ .

**Задача 43.** Две независимые случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  заданы своими рядами распределения

$\xi$	0	1	2
$P$	0,1	0,5	0,4

$\eta$	-1	0	1
$P$	0,2	0,4	0,4

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение суммы этих величин двумя способами: а) непосредственным вычислением; б) с использованием свойств сложения математических ожиданий и дисперсий.

**Задача 44.** Дискретная случайная величина  $\xi$  имеет следующий закон распределения

$\xi$	-1	0	1	2
P	0,2	0,1	0,3	0,4

Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\eta=2\xi$ .

**Ответ:**  $M(\eta)=2,4$  и  $D(\eta)=2,9$ .

**Задача 45.** Независимые случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  заданы законами распределения

$\xi$	-2	0	2
P	0,3	0,4	0,3

,

$\eta$	1	2
P	0,5	0,5

.

Составить закон распределения случайной величины  $\zeta(2-\eta)$  и проверить свойство  $D(2\xi-\eta)=4D(\xi)+D(\eta)$ .

**Задача 46.** Независимые случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  заданы рядами распределения:

$\xi$	-2	1,5	2	3
P	0,1	0,3	0,2	?

$\eta$	-1,5	0	2
P	0,3	0,2	?

Найти: 1) неизвестные вероятности; 2)  $M(\zeta)$ ,  $D(\zeta)$ ,  $\sigma(\zeta)$ , если  $\zeta = 2\xi^2 - 3\eta$ .

**Ответ:**  $M(\zeta)=9,3$ ,  $D(\zeta)=56,325$ ,  $\sigma(\zeta)=7,5$ .

**Задача 47.** В урне 5 чёрных и 3 белых шара. Шары вынимают из урны по одному до появления чёрного шара. Случайная величина  $\xi$  – число вынутых шаров. Найти закон распределения случайной величины  $\xi$ , её математическое ожидание  $M(\xi)$  и дисперсию  $D(\xi)$ .

**Ответ:**

$\xi$	1	2	3	4
P	35/56	15/56	5/56	1/56

$M(\xi)=3/2, D(\xi)=15/28.$

**Задача 48.** Для подготовки к экзамену по теории вероятностей предложено 28 вопросов. Каждый билет состоит из трёх вопросов. Студент успел подготовить 21 вопрос. Случайная величина  $\xi$  – число подготовленных вопросов в билете. Найти: а) закон распределения случайной величины  $\xi$ ; б)  $M(\xi)$ ; в)  $P\{\xi \geq 2\}$ . Построить многоугольник распределения случайной величины  $\xi$ .

**Ответ:** а)

$\xi$	0	1	2	3
p	5/468	63/468	210/468	190/468

б)  $M(\xi)=2, 25$ ; в)  $P\{\xi \geq 2\}=0,85.$

**Составили: Зарбалиев С.М. и Нетребко Н.В.**