Тема: **«Условный экстремум»**

(задание для самостоятельной работы)

Найти точки и значения экстремума функции $z(x, y)$ при условии, что x и y удовлетворяют заданному уравнению связи. Каждый пример решить двумя способами, используя первое и второе достаточное условие.

№	Условие примера	Ответ
1.	$z=\frac{x}{2}+\frac{y}{3}$; $x^2+y^2=4$.	$z_{\min}=z\left(-\frac{6}{\sqrt{13}},-\frac{4}{\sqrt{13}}\right)=-\frac{\sqrt{13}}{3}$ $\left(\lambda=\frac{\sqrt{13}}{24}\right)$; $z_{\max}=z\left(\frac{6}{\sqrt{13}},\frac{4}{\sqrt{13}}\right)=\frac{\sqrt{13}}{3}$ $\left(\lambda=-\frac{\sqrt{13}}{24}\right)$.
2.	$z=x^2+y^2$; $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$.	$z_{\min}=z\left(\frac{18}{13},\frac{12}{13}\right)=\frac{36}{13}$ $\left(\lambda=-\frac{72}{13}\right)$.
3.	$z=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$; $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{1}{a^2}$.	$z_{\min}=z\left(-a\sqrt{2},-a\sqrt{2}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{a}$ $\left(\lambda=\frac{a}{\sqrt{2}}\right)$; $z_{\max}=z\left(a\sqrt{2},a\sqrt{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{a}$ $\left(\lambda=-\frac{a}{\sqrt{2}}\right)$; $a>0$.
4.	$z=6-4x-3y$; $x^2+y^2=1$.	$z_{\min}=z\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)=1$ $\left(\lambda=\frac{5}{2}\right)$; $z_{\max}=z\left(-\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)=11$ $\left(\lambda=-\frac{5}{2}\right)$.
5.	$z=2x+3y-4$; $x^2+xy+y^2=2$.	$z_{\min}=z\left(\frac{-2}{\sqrt{42}},\frac{-8}{\sqrt{42}}\right)=-\frac{2}{3}(\sqrt{42}+6)$ $\left(\lambda=\frac{\sqrt{42}}{6}\right)$; $z_{\max}=z\left(\frac{2}{\sqrt{42}},\frac{8}{\sqrt{42}}\right)=\frac{2}{3}(\sqrt{42}-6)$ $\left(\lambda=-\frac{\sqrt{42}}{6}\right)$.
6.	$z=\cos^2 x+\cos^2 y$; $y-x=\frac{\pi}{4}$.	$z_{\min}=z\left(\frac{3\pi}{8}+\pi k,\frac{5\pi}{8}+\pi k\right)=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left(\lambda=-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $z_{\max}=z\left(-\frac{\pi}{8}+\pi k,\frac{\pi}{8}+\pi k\right)=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left(\lambda=\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $k\in Z$.

Семейство линий уровня функции $z = f(x, y)$. См.
Никитина Н.С., Степанов А.В. Сборник задач по математике в экономике: учеб. пособие. – М.: МГИМО-Университет, 2001.

Стр. 134, пример 11:
$z = x^2 + y^2$.(*Ответ*: семейство линий уровня определяется уравнением $x^2 + y^2 = C$ для всех $C \geq 0$, т.е. представляет собой множество всех концентрических окружностей с центром в начале координат, включая его, т.е.точку (0,0).)

Примеры: для каждой функции $z = \frac{x}{2} + \frac{y}{3}$, $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, $z = 6 - 4x - 3y$ записать уравнение семейства линий уровня и описать это множество линий уровня.

Стр. 144, пример 14.

Автор: Никитина Н.С.