Список типовых задач для подготовки к экзамену по курсу математического анализа

1. Основы теории множеств

[1] стр. 4-5 № 1-4;

[2] стр. 6-9 примеры 1-3.

2. Предел функции одной переменной. Первый и второй замечательные пределы.

[3] I, II, III.

Вертикальные и наклонные асимптоты графиков функций одной переменной.

[4]

Производная функции, непрерывность функции, Односторонние пределы.

[1] стр. 51-53 № 18;

[3] IV.

Рекомендация. Повторите графики следующих функций: $y=1/x$, $y=tg\,x$, $y=ctg\,x$, $y=arcsin\,x$, $y=arccos\,x$, $y=arctg\,x$, $y=arcctg\,x$, $y=a^x$, $y=\log_a x$ ($a>0, a\neq 1$), и на этих примерах рассмотрите понятия непрерывности функции, односторонних пределов, асимптот.

3. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Уметь записывать формулу Тейлора до слагаемого, содержащего указанную степень $(x-x_0)$, с остаточный членом в форме Пеано и Лагранжа.

[5] стр. 1-2 № 1-7.

Замечание. Знание наизусть формул Маклорена для функций $(1+x)^\alpha$, e^x, $\cos x$, $\sin x$, $\ln(1+x)$ не требуется.

4. Локальный экстремум функции одной переменной. Ответ представить в виде $y_{min(max)}=y(x_0)=y_0$.

[1] стр. 47-49 № 9-13;

[2] стр. 57-59 примеры 7,8.

Наименьшее и наибольшее значение функции непрерывной на отрезке. Ответ представить в виде $\min\limits_{[a,b]} y=y(x_1)=y_1$, $\max\limits_{[a,b]} y=y(x_2)=y_2$.

[1] стр. 49-51 № 14-17;

[2] стр. 60 пример 9.

5. Промежутки возрастания и убывания функции. Точки перегиба графика функции. Промежутки выпуклости и вогнутости.

[1] стр. 56-57 № 20, 23-25;

[6]

6. Определенные и неопределенные интегралы. Метод интегрирования по частям

[1] стр. 61-62 № 1 (5, 7 ,10); стр. 67-69 № 1 (6, 8, 10, 12); стр. 72-75 № 3 (22-31, 33-35, 38-40, 43, 44, 48, 52, 54);

[2] стр. 83 пример 6; стр. 98 пример 6.

Метод замены переменной интегрирования .
[1] стр. 75-77 № 4;
[2] стр. 79-83 примеры 2-5; стр. 96-98 примеры 4,5.
Интегралы от четных и нечетных функций в симметричных пределах.
[2] стр. 99-101 пример 7; стр. 109-110 № 7;
[7] стр 3 № 3.

Рекомендация. Обратите внимание на интегралы вида $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$ при $D=b^2-4ac>0$, $D=0$, $D<0$.

7. Несобственные интегралы с бесконечными пределами.
[1] стр. 81-82 № 1-3;
[2] стр. 113-114 пример 1.

8. Производная по направлению, заданному вектором или углом с положительным направлением оси *Ox*.
[1] стр. 94-98 № 21-23;
[2] стр. 133 пример 10.

Градиент функции.
[1] стр. 91-94 № 15-20;
[2] стр. 133 пример 9.

Линии уровня функции $z=f(x,y)$.
[2] стр. 134, пример 11;
[8] стр. 2.

Рекомендация. Кроме графиков функций, указанных выше, повторите графики функций: $y=ax+b$, $y=x^2$, $x=y^2$, $x=\sqrt{y}$, $x=-\sqrt{y}$, $y=\sqrt{x}$, $y=-\sqrt{x}$, $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$, $y=\sqrt{r^2-(x-x_0)^2}+y_0$, $y=-\sqrt{r^2-(x-x_0)^2}+y_0$, $x=\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}+x_0$, $x=-\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}+x_0$.

9. Безусловный локальный экстремум функции двух переменных. Ответ представить в виде $z_{min(max)}=z(x_0,y_0)=z_0$.
[1] стр. 89-91 № 9-14;
[2] стр. 130 пример 8.

Условный локальный экстремум функции двух переменных. Ответ представить в виде $\underset{\varphi(x,y)=0}{min} z=z(x_1,y_1)=z_1$, $\underset{\varphi(x,y)=0}{max} z=z(x_2,y_2)=z_2$.
[1] стр. 99-101 № 25;
[8] стр. 1.

10. Вычисление в декартовых и полярных координатах двойного интеграла $\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy$ по области *D*, ограниченной заданными кривыми .
[1] стр. 104-107 № 1-5;
[9] стр. 1-6.

11. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие и частные решения. Задача Коши.

Тангенс угла наклона ($\mathrm{tg}\alpha$) касательной к интегральной кривой дифференциального уравнения в заданной точке (x_0, y_0). (Геометрическая интерпретация производной функции одной переменной.)
Семейство изоклин для дифференциального уравнения.
[2] стр. 149, пример 3;
[10]

Дифференциальные уравнения первого порядка

Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
[1] стр. 111 № 3;
[2] стр. 151 пример 4.

Уравнения первого порядка, сводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными путем введения новой неизвестной функции: $z = z(x)$.

(А) Уравнение вида $y' = f(ax + by + c)$, $b \neq 0$; подстановка $z = ax + by + c$.

[2] стр. 151, пример 4 (в), стр. 153;
[10]

(Б) Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка, т.е. уравнения вида $P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy = 0$, где $P(x, y)$, $Q(x, y)$ – однородные функции одинакового измерения; замена: $z = y/x$.

[2] стр. 155, пример 5;
[10]

Неоднородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка: $y' + p(x)\,y = q(x)$, $q(x) \neq 0$ (метод вариации произвольной постоянной).
[1] стр. 108-110 № 1-2;
[2] стр. 157 пример 6;
[10]

Дифференциальные уравнения высших порядков

Дифференциальные уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$.
[2] стр. 164 пример 9(а);
[10]

Уравнение вида $F(x, y', y'') = 0$; замена: $y' = z(x)$.
[2] Стр. 164, пример 9 (б), стр. 166;
[10]

Однородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Корни характеристического уравнения (кратные, действительные и комплексные). Фундаментальная система решений.
[2] стр. 169-174 примеры 10, 11;
[10]

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Никитина Н.С., Степанов А.В. Высшая математика в примерах и задачах: учеб. пособие. – М.: МГИМО-Университет, 2011.

2. Никитина Н.С., Степанов А.В. Сборник задач по математике в экономике: учеб. пособие. – М.: МГИМО-Университет, 2001.

Файлы на сайте кафедры математики, эконометрики и информационных технологий: meit.mgimo.ru.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

$\Downarrow$

БЫСТРЫЕ ССЫЛКИ

$\Downarrow$

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

3. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ(задачи)
4. АСИМПТОТЫ(задачи)
5. ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА(задачи)
6. ВЫПУКЛОСТЬ, ВОГНУТОСТЬ, ТОЧКИ ПЕРЕГИБА(задачи)
7. ПРОСТЕЙШИЕ НЕОПРЕД. и ОПРЕДЕЛ. ИНТЕГРАЛЫ (задачи)
8. УСЛОВНЫЙ ЭКСТРЕМУМ(задачи)
9. ДВОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ (задачи)
10. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ(задачи)

Автор: Никитина Н.С.